دانشکدگان فنی دانشگاه تهران
دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

تمرین ششم درس سیگنال ها و سیستم ها

طراح : محمد نادری

---

1. تبدیل لاپلاس دوطرفه سیگنال های زیر را به همراه ناحیه همگرایی هر یک تعیین نمایید. در هر مورد، تحقیق کنید که قضایای مقدار اولیه و مقدار نهایی برقرارند یا خیر و در صورت برقرار نبودن علت را ذکر کنید.

الف) $x(t) = t^3 \sin(2t)\, u(t)$

ب) $x(t) = e^{-2|t|} \sin(2t)$

ج) $x(t) = \frac{\sin t}{t} u(t)$

د) $x(t) = |t-1| e^{-|t|}$

---

2. بدون محاسبه تبدیل لاپلاس، قطب های تبدیل لاپلاس دوطرفه سیگنال های زیر را پیدا کنید.

الف) $x(t) = \left(3e^{-2t} - te^{-2t} + 8e^{-\frac{t}{3}}\right) u(t)$

ب) $x(t) = \left(4e^{-t} \cos\left(7t + \frac{\pi}{4}\right) + 9\right) u(t)$

---

3. فرض کنید $\mathbb{X}(s)$ چهار قطب و تعداد نامعلومی صفر داشته باشد. اگر بدانیم $x(t)$ ضربه ای در $t = 0$ دارد، در مورد تعداد صفر های $\mathbb{X}(s)$ چه می‌توان گفت؟

---

4. می دانیم سیگنال $x(t)$ برای $t < 0$ برابر e^{2t} و $\mathbb{X}(s)$ دو صفر مرتبه اول در $s = -1$ و $s = \infty$ دارد. همچنین $\mathbb{X}(s)$ در سمت چپ محور $j2\pi f$ فقط یک قطب به صورت $s = -3$ دارد. $x(t)$ را برای $t \geq 0$ تعیین کنید.

---

5. الف) فرض کنید $h(t)$ پاسخ ضربه یک سیستم LTI است که در معادله دیفرانسیل زیر صدق می‌کند همچنین خروجی این سیستم به ورودی e^{2t} برابر $\frac{e^{2t}}{12}$ است. مقدار b را تعیین کنید.

$$h'(t) + 2h(t) = (e^{-4t} + b)u(t)$$

ب) پاسخ یک سیستم LTI و علی با تابع تبدیل زیر به ورودی $x(t) = 1$ برابر $\frac{a}{32}$ است. مقدار a را بیابید.

$$\mathbb{H}(s) = \frac{s+1}{(s+2)(s+a)}$$

ج) تابع تبدیل یک سیستم LTI به صورت زیر داده شده، آیا می‌توان مقادیر a, b را به نحوی تعیین کرد که این سیستم یک فیلتر تمام گذر و یا مینیمم فاز باشد؟

$$\mathbb{H}(s) = \frac{s^2 + as + 1}{s^2 + bs + 1}$$

---

6. یک سیستم علی و پایدار با پاسخ ضربه $h(t)$ و تابع تبدیل $\mathbb{H}(s)$ مفروض است. می‌دانیم $\mathbb{H}(s)$ قطبی در $s = -1$ دارد و در مبدا صفری ندارد. درمورد سایر صفر ها و قطب های $\mathbb{H}(s)$ اطلاعی نداریم. با استدلال مناسب، درستی یا نادرستی هر یک از گزاره های زیر را تعیین کنید. در صورتی که اطلاعات برای تعیین درستی یا نادرستی گزاره ای کافی نیست، آن گزاره را مشخص نمایید.

الف) تابع $h(t)e^{-5t}$ دارای تبدیل فوریه است.

ب) $h(t)$ تابعی فرد از t است.

ج) تبدیل لاپلاس $h'(t)$ حتما قطب دارد.

د) $\mathbb{H}'(s)$ نیز تابع تبدیل سیستمی علی و پایدار است.

ه) $h(t)$ خارج از یک بازه زمانی محدود، صفر است.

و) $h(t)$ تابعی زوج از t است.

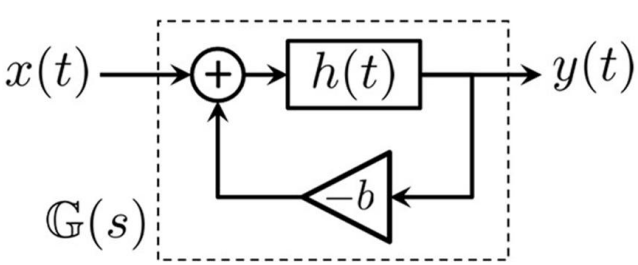
---

7. در شکل های زیر فرض کنید $\mathbb{H}(s) = \mathcal{L}\{h(t)\} = \frac{s-2}{s^2+4s+4-a^2}$

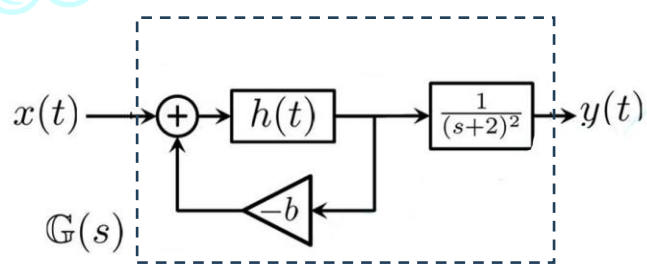
الف) تعیین کنید که به ازای چه مقادیری از a فیلتر $\mathbb{H}(s)$ می‌تواند علی و پایدار باشد؟

ب) به ازای چه مفادیری از b تابع تبدیل کلی سیستم $\mathbb{G}(s)$ در شکل (7.1) می‌تواند علی و پایدار باشد؟

ج) بند (ب) را برای سیستم فیدبک داده شده در شکل (7.2) نیز تکرار کنید..



شکل 7.1



شکل 7.2